

**Examen Réparti 1 - 20 novembre 2017**

Notes de cours autorisées

*Les quatre parties doivent être traitées sur des copies séparées. Le barème est indicatif et peut être modifié*

**1 Réseaux de Petri**

Considérons le réseau de Petri de la figure 1 qui modélise un système simple.

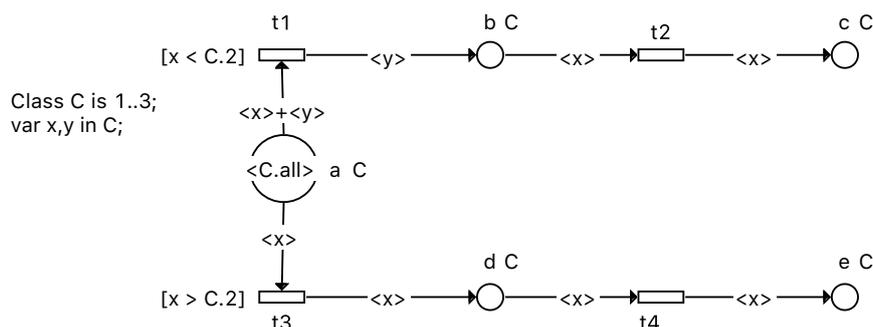


FIGURE 1 – Réseau de Petri coloré.

**Question 1** (3 points)

Construisez le graphe d’accessibilité de ce système. Pour en faciliter la lecture, vous noterez les états sous la forme d’un vecteur avec les places classées dans l’ordre lexicographique, soit sous la forme  $\{M_a, M_b, M_c, M_d, M_e\}$  où les  $M_i$  représentent le marquage courant de la place  $i$ .

**Question 2** (1/2 point)

Combien d’états contient le graphe d’accessibilité ?

**Question 3** (1/2 point)

Combien d’états terminaux contient le graphe d’accessibilité ?

**Question 4** (1/2 point)

La transition **t2** peut-elle être déclenchée avec le binding  $x = b$  ? Si oui, donnez une séquence de transitions qui le permet.

**Question 5** (1/2 point)

La transition **t4** peut-elle être déclenchée avec le binding  $x = b$  ? Si oui, donnez une séquence de transitions qui le permet.

**Question 6** (1/2 point)

La formule **AF(t2(x=2))** est-elle vérifiée ? Expliquez pourquoi (cela peut-être un chemin dans le graphe d’accessibilité).

**Question 7** (1/2 point)

La formule **EF(t2(x=2))** est-elle vérifiée ? Expliquez pourquoi (cela peut-être un chemin dans le graphe d’accessibilité).

**2 Evaluation de formules CTL**

On considère les propositions atomiques  $p, q$  et  $r$ , étiquetant les états de la structure de Kripke  $K$  définie ci-dessous :

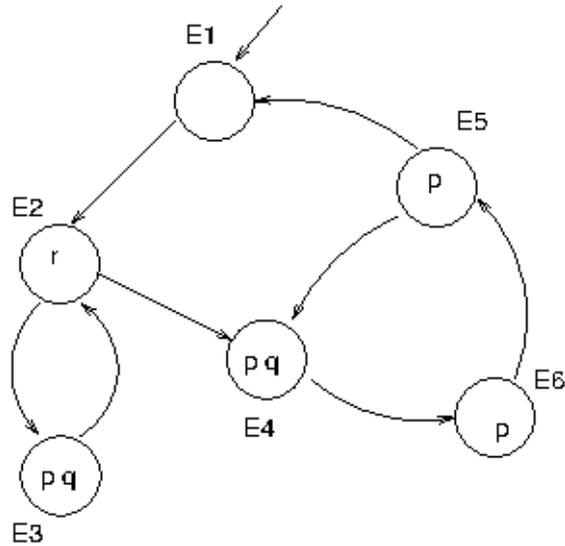


FIGURE 2 – structure de Kripke K

**Question 8. Evaluation de formule CTL par calcul de point fixe.** (2 points)

On note  $S_{EGp}^0, S_{EGp}^1, \dots, S_{EGp}^j, \dots$  la suite d'ensembles d'états convergeant vers la solution de l'équation  $EGp = p \wedge EXEGp$  pour la structure K.

- (a) Déterminez ces ensembles  $S_{EGp}^i$  pour  $i \geq 0$ ;
- (b) A quel indice le point fixe est-il atteint ?
- (c) A partir de quel élément de la suite peut-on déterminer si  $E_1 \models EGp$  ?

**Question 9. Evaluation de formules imbriquées.** (2 points)

On considère la formule CTL suivante  $\phi = EF(E[(AXr)U(EGp)])$ .

Indiquez, pour chaque sous-formule  $\phi_i$  qui compose  $\phi$ , les états de K satisfaisant  $\phi_i$ . Peut-on conclure que  $E_0 \models \phi$  ?

**Question 10. Structure.** (1 point)

Proposez une structure de Kripke K' (pas très différente de K), satisfaisant  $EX(EGEFp) \wedge EXEGp$  mais pas  $AXEGp$ . Vous justifierez votre construction.

### 3 Evaluation de formules LTL

**Question 11** (2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> points)

Soit AP={p, q, r} un ensemble de propositions atomiques. On considère la trace t de préfixe

$$\{p, q\}\{p\}\{r\}\{p, r\}\emptyset$$

Dites, en justifiant, si  $t \models \phi$  si

- (a)  $\phi = q$
- (b)  $\phi = (\neg p) \cup q$
- (c)  $\phi = p \cup X(q \cup r)$
- (d)  $\phi = XXr \cup \neg p$

$$(e) \phi = p \cup (q \wedge X(q \cup r))$$

**Question 12** (1 point)

Soit la structure de Kripke  $M$  décrite figure 3. Est-ce que  $M \models \phi$  si  $\phi = GF a \rightarrow GF b$ ? Justifiez.

**Question 13** (2 points)

Construire l'automate de Büchi  $\mathcal{A}_{\neg\phi}$  acceptant les modèles de la formule  $\neg\phi$  si  $\phi = G(a \vee \neg Xb)$

## 4 Model-Checking équitable

On considère la structure de Kripke de la figure 4, modélisant un accès à une ressource critique partagée. L'étiquetage des états se fait de la façon suivante.  $C_0$  est dans l'étiquette de tout état contenant la séquence  $C0$  dans son nom,  $C_1$  est dans l'étiquette de tout état contenant la séquence  $C0$  dans son nom,  $W_0$  est dans l'étiquette de tout état contenant la séquence  $W0$  dans son nom et  $C_0$  est dans l'étiquette de tout état contenant la séquence  $C0$  dans son nom. Enfin  $Sched_0$  est dans l'étiquette de tout état contenant  $P0$  dans son nom, et  $Sched_0$  est dans l'étiquette de tout état contenant  $P0$  dans son nom.

**Question 14** (1 point)

On veut s'assurer que le processus 0 peut accéder à la section critique autant qu'il le souhaite, c'est-à-dire qu'à chaque fois qu'il est dans un état vérifiant  $W_0$ , il sera plus tard dans un état vérifiant  $C_0$ . Ecrivez la formule LTL correspondante. La structure de Kripke de la figure 4 satisfait-elle cette spécification? Vous justifierez brièvement votre réponse.

**Question 15** (3 points)

On veut vérifier la formule CTL  $\psi = AG(W_0 \rightarrow AFC_0)$  sous la condition d'équité  $fair = GFP_0 \wedge GFP_1$ .

- On ajoute une nouvelle proposition atomique  $a_F$  pour les états à partir desquels il existe une exécution équitable. Marquez les états de la structure de la figure 4 avec  $a_F$  (vous pourrez utiliser le fait que le graphe de la structure est fortement connexe).
- Utilisez la procédure de marquage adaptée au model-checking équitable pour déterminer l'ensemble des états vérifiant  $\psi$  sous la condition d'équité  $fair$ . Si besoin, vous pourrez utiliser la structure de Kripke additionnelle de la figure 5 en justifiant son utilisation. Les composantes fortement connexes de cette structure sont grisées.

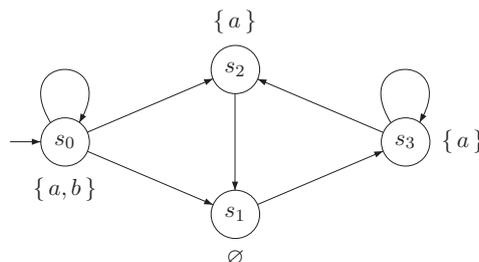


FIGURE 3 –

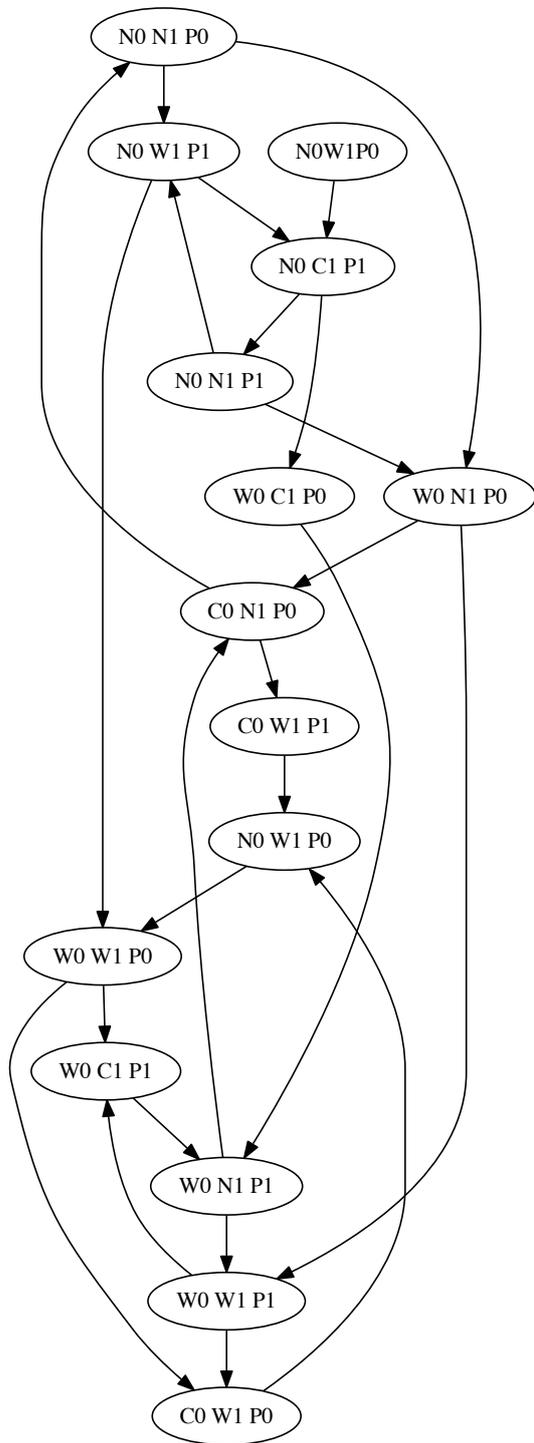


FIGURE 4 – Structure de Kripke pour la section 4

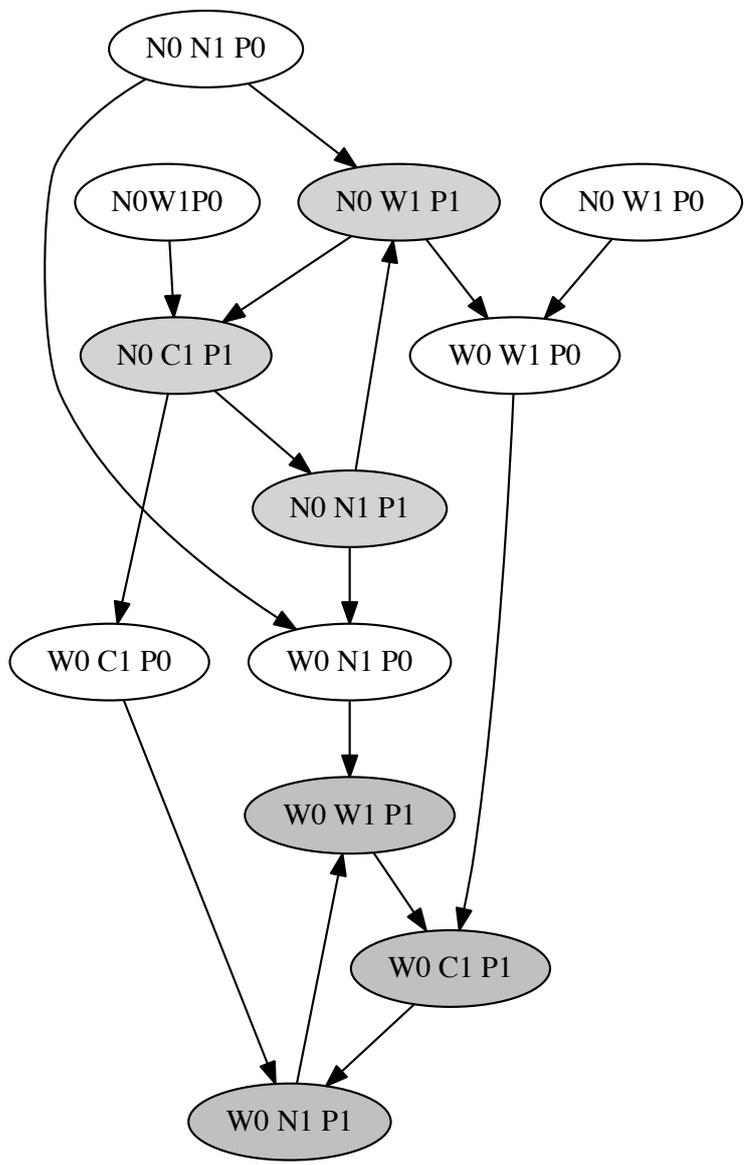


FIGURE 5 – Structure de Kripke pour la section 4