

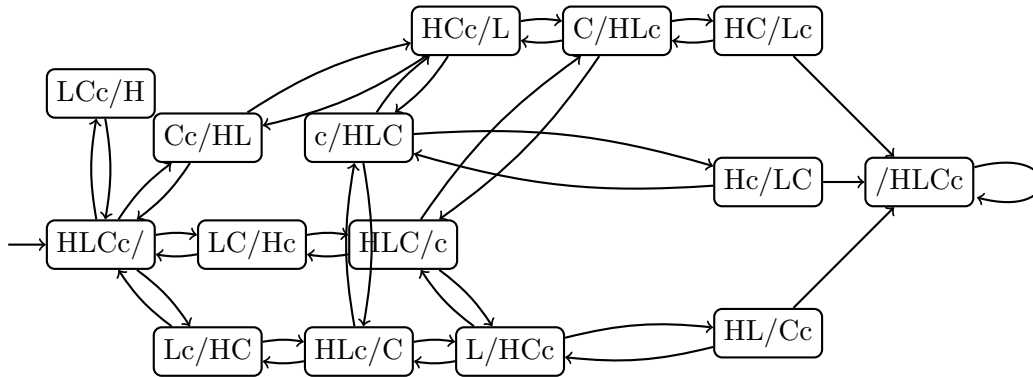
**Examen - 24 janvier 2014**

Stefan Haar, John Mullins, Nathalie Sznajder

Les trois parties sont indépendantes et doivent être réalisées sur des copies séparées. Les notes de cours (sur papier), transparents du cours ou aide-mémoire sont autorisés; aucun support électronique n'est admis.

**Partie II - Logique temporelle (40mn)**

On considère le problème du loup, de la chèvre et des choux : un fermier doit traverser une rivière accompagné d'un loup, de sa chèvre et de ses choux. Il ne peut utiliser qu'une barque juste assez grande pour lui et le loup, ou lui et la chèvre et lui et les choux. Il doit nécessairement se trouver sur la barque pour la faire traverser. De plus, s'il laisse le loup seul avec la chèvre, il la dévore, et s'il laisse la chèvre seule avec les choux, elle les mange. On modélise le problème par la structure de Kripke  $M$  ci-dessous. Les états sont modélisés par un mot dans lequel la lettre H représente le fermier, la lettre L représente le loup, la lettre C représente la chèvre et la lettre c les choux. La barre de séparation représente la rivière. Ainsi l'état  $Lc/HC$  représente la situation dans laquelle le loup et les choux sont à gauche de la rivière, tandis que le fermier et la chèvre ont traversé.



L'ensemble des propositions atomiques est :  $AP = \{Good, Bad\}$ . La structure de Kripke est étiquetée par la fonction  $\lambda$  définie par :  $\lambda(/HLCc) = \{Good\}$ ,  $\lambda(Cc/HL) = \lambda(LCc/H) = \lambda(LC/Hc) = \lambda(Hc/LC) = \lambda(HL/Cc) = \{Bad\}$ .

1. Vérification de formules CTL.

Pour cette structure de Kripke  $M$ , utilisez les équivalences de formules et l'algorithme de marquage des états par une formule CTL vus en cours pour donner la liste des états vérifiant les formules (vous détaillez les étapes de l'algorithme) :

- (a)  $\mathbf{E}(\neg Bad \mathbf{U} Good)$
- (b)  $\mathbf{AFEF}Bad$

2. Vérification de formules LTL. Soit  $\varphi = \mathbf{G} \neg Good \vee (\neg Good \mathbf{U} Bad)$

- (a) En remarquant que, pour tout état  $s$  de cette structure de Kripke,  $s \models Good$  si et seulement si  $s \models Good \wedge \neg Bad$ , exprimez  $\neg\varphi$  en n'utilisant comme modalités temporelles que  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{U}$ .

- (b) Pouvez-vous, sans construction supplémentaire, répondre à la question  $M \models \varphi$ ?
- (c) En utilisant la construction vue en cours, donnez l'automate de Büchi  $\mathcal{A}$  tel que  $\llbracket \mathcal{A} \rrbracket = \llbracket \neg \varphi \rrbracket$
3. Exprimez, si c'est possible, les formules CTL suivantes en LTL :
- $\mathbf{AF}(\text{Bad} \rightarrow \mathbf{AG}\neg\text{Good})$ .
  - $\mathbf{AF}(\text{Bad} \rightarrow \mathbf{EG}\neg\text{Good})$ .