TD Logique Temporelle Arborescente (CTL)

Exercice 1 : signfication et modèles

Exprimez en français et donner des modèles (arbres d'exécution) pour les formules suivantes :

$$\mathbf{A}\,\mathbf{G}\,p, \mathbf{E}\,\mathbf{G}\,p, \mathbf{A}\,\mathbf{F}\,p, \mathbf{E}\,\mathbf{F}\,p, \mathbf{A}\,\mathbf{G}\,\mathbf{E}\,\mathbf{X}\,p, \mathbf{E}\,\mathbf{G}\,\mathbf{E}\,\mathbf{F}\,p$$

Exercice 2 : CTL vs LTL

Soit la structure de Kripke de la figure 1, avec p_1 et p_2 deux propositions atomiques.

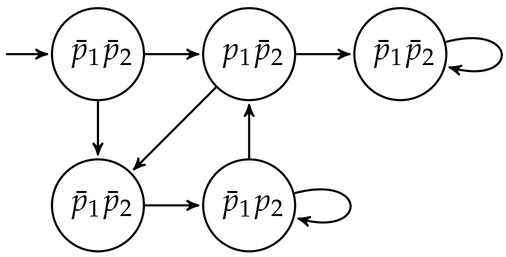

FIGURE 1 – Structure de Kripke.

.

Pour chaque formule ci-dessous, indiquez

- S'il s'agit d'une formule LTL ou CTL,
- si elle peut être traduite dans l'autre logique (p.ex. si la formule donnée est une formule CTL, indiquez si elle peut se traduire en LTL) et si oui, donnez la formule équivalente,
- si la structure de Kripke de la figure 1 vérifie la formule en question.

1. $\mathbf{F}(p_1)$
2. $\mathbf{F}(p_2 \wedge \mathbf{X}\,p_1)$
3. $\mathbf{A}\,\mathbf{G}(p_1 \rightarrow \mathbf{E}\,\mathbf{F}\,p_2)$
4. $\mathbf{A}\,\mathbf{G}(p_1 \rightarrow \mathbf{A}\,\mathbf{F}\,p_2)$
5. $\mathbf{E}\,\mathbf{G}(p_1 \rightarrow \mathbf{A}\,\mathbf{F}\,p_2)$
6. $\mathbf{E}\,\mathbf{G}(p_1 \rightarrow \mathbf{E}\,\mathbf{F}\,p_2)$
7. $\neg(p_1\,\mathbf{U}\,p_2)$
8. $(\mathbf{G}\,\mathbf{F}\,p_1) \rightarrow (\mathbf{G}\,\mathbf{F}\,p_2)$

Exercice 3 : expression de propriétés en CTL

Soient p, q, r des propositions atomiques. Exprimer les propriétés suivantes.

1. Tous les états satisfont p.
2. On peut atteindre p par un chemin où q est toujours vrai.
3. Quelque soit l'état, on finit par atteindre à un état qui satisfait p.
4. Quelque soit l'état, on peut atteindre à un état qui satisfait p.
5. Absence de *deadlock*.
6. Quoique je fasse maintenant, je garde la possibilité de faire p dans le futur.
7. Quelque soit l'exécution, tout p sera inévitablement suivi d'un q.
8. Quelque soit l'exécution, tout p sera inévitablement suivi d'un q dans un futur strict.

9. Chaque q impose que p devienne vrai avant une éventuelle occurrence de r.

Exercice 4 : algorithme d'étiquetage

Soit le système de transitions de la figure 2 représentant le fonctionnement d'un four électrique (pas très réaliste mais suffisant pour illustrer les concepts).

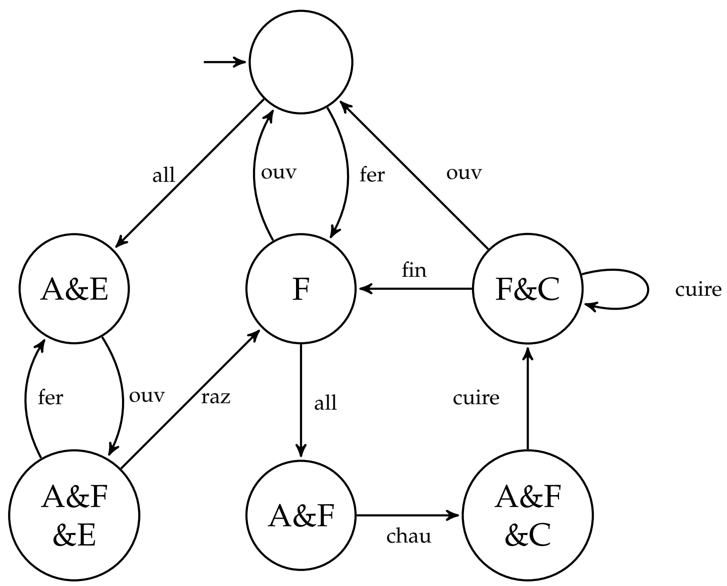

FIGURE 2 – Système de transitions d'un four électrique (A : allumé ; E : erreur ; F : fermé ; C : chauffé ; all : allumage ; ouv : ouverture ; fer : fermeture ; fin : fin ; $cuire$: cuire ; raz : remise à zero.)

.

On veut vérifier, si ce système satisfait la formule $\mathbf{AG}(A \to \mathbf{AF}\, C)$ (si le four est allumé alors il finira par être chauffé). Cette formule est équivalente à $\phi = \neg(\mathbf{EF}(A \wedge \mathbf{EG}\,\neg C)$.

On procède de la façon suivante : on marque tous les états qui satisfont les sous-formules de ϕ en commençant à l'intérieur.

1. Marquer tous les états qui satisfont $\neg C$.
2. Marquer tous les états qui satisfont $\mathbf{EG}\,\neg C$.
3. Marquer tous les états qui satisfont $A \wedge \mathbf{EG}\,\neg C$.

4. Marquer tous les états qui satisfont $\mathbf{E}\,\mathbf{F}(A \wedge \mathbf{E}\,\mathbf{G}\,\neg C)$.
5. Marquer enfin tous les états qui satisfont ϕ.